

# Abschätzung der Schwingungsantwort von Brückentragwerken für Hochgeschwindigkeitszüge

Andreas Hauser & Christoph Adam

*Institut für Grundlagen der Bauingenieurwissenschaften, Universität Innsbruck,  
Österreich*

**ZUSAMMENFASSUNG:** Der Beitrag befasst sich mit der Berechnung der dynamischen Beschleunigungsantwort von Brücken, die durch Hochgeschwindigkeitszüge zu Schwingungen angeregt werden. Es wird der Einfluss von höheren Eigenschwingungsformen an der Schwingungsantwort diskutiert, und unterschiedliche Ansätze bei der Modellbildung der Belastung bewertet. Abschließend wird ein Diagramm vorgestellt, mit dem die maximal auftretende Beschleunigung im Tragwerk ohne eine dynamische Berechnung abgeschätzt werden kann.

## 1. EINLEITUNG

Das Schwingungsverhalten von Eisenbahnbrücken wird bereits seit Ende des 19. Jahrhunderts sowohl messtechnisch als auch rechnerisch untersucht, und es existieren darüber zahlreiche Studien wie zum Beispiel das Buch von Fryba (1996). Durch den Bau von neuen Eisenbahnlinien für Hochgeschwindigkeitszüge hat dieses Thema erneut große Aktualität erlangt, da durch Fahrgeschwindigkeiten der Züge von bis zu 320 km/h, sowie durch die immer größer werdenden Feldweiten neben der Grundschaingungsform auch Oberschwingungsformen der Brückentragwerke angeregt werden.

Es gibt eine Vielzahl von Ansätzen mit zunehmendem Genauigkeitsgrad der mechanischen Modellierung, die in weiterer Folge zu einem stark ansteigenden Aufwand bei der Berechnung der Schwingungsantwort des Brückentragwerkes führen. In Abhängigkeit von der Brückenkonstruktion und der Lasteinwirkung wird in verschiedenen Normen und Regelwerken festgelegt, wie ein dynamischer Nachweis zu führen ist. In Deutschland kommt für die Beurteilung der dynamischen Beanspruchung von Brücken zufolge fahrender Züge die „Vorschrift für Eisenbahnbrücken und sonstige Ingenieurbauwerke (VEI)“ (2000) zur Anwendung. Im Folgenden wird exemplarisch die Vorgehensweise bei der Umsetzung dieser Vorschrift erläutert.

### 1.1 DYNAMISCHER NACHWEIS NACH DER VEI

Gemäß diesem Regelwerk kann ein detaillierter dynamischer Nachweis entfallen, wenn die erste Biegeeigenfrequenz  $f_1$  (in Hertz) der Brücke in Abhängigkeit der kleinsten Stützweite  $L$  innerhalb eines gewissen Bereiches liegt. Dieser Bereich ist in der unten dargestellten Abbildung 1 grau schraffiert und gilt für Stützweiten zwischen 4 und 100 Meter. Diese Abbildung kann zur Beurteilung der Resonanzgefahr herangezogen werden, wenn

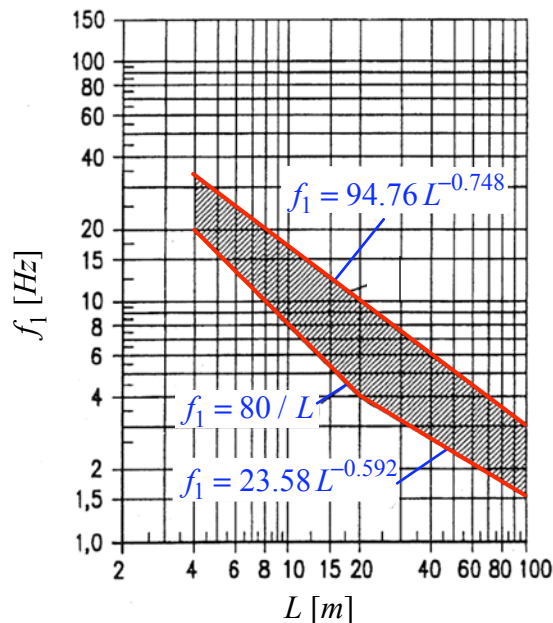


Abbildung 1: Bereich der ersten Biegeeigenfrequenz  $f_1$ , bei dem kein dynamischer Nachweis erforderlich ist (gemäß VEI, 2000).

- die Überfahrtsgeschwindigkeit  $v$  200 km/h nicht überschreitet oder
- die kleinste Stützweite  $L$  mindestens 40 Meter beträgt.

Ansonsten ist eine genauere dynamische Untersuchung erforderlich, bei der zwei unterschiedliche Berechnungen durchgeführt werden müssen:

- Zum einen ist für alle Tragwerke mit Regelspur an Stelle der tatsächlichen Betriebslasten eine statische Berechnung mit dem in der VEI (2000) definierten Lastbild UIC 71 durchzuführen. Anschließend sind die daraus folgenden Schnittgrößen, Auflagerreaktionen und Formänderungen mit einem Schwingfaktor zu multiplizieren. Dieser Schwingfaktor soll im Wesentlichen die durch die Verkehrslasten induzierten dynamischen Einwirkungen abdecken. Die Größe des Faktors hängt von den Stützweiten der Brücke ab (siehe VEI, 2000).
- Zum anderen muss eine dynamische Berechnung mit den Betriebszügen als Belastung realisiert werden.

Für den Nachweis sind die ungünstigeren Ergebnisse der beiden Berechnungen heranzuziehen.

## 1.2 ZIELSETZUNG DER GEGENSTÄNDLICHEN UNTERSUCHUNG

Im Rahmen dieser Arbeit wird auf die dynamische Berechnung von Brückentragwerken eingegangen. Insbesondere werden der Einfluss der höheren Schwingungsformen und die Auswirkung unterschiedlicher Näherungen beim Ansetzen der Achsabstände an der Schwingungsantwort diskutiert. Da neben der Durchbiegung der Brücke auch die vertikale Beschleunigung des Brückendecks gewisse Grenzen nicht überschreiten darf, werden hier Beschleunigungsantworten berechnet und anschließend bewertet. Der Aufwand für solche Berechnungen ist sehr hoch, und insbesondere in der Praxis bestehen auf Grund mangelnder Erfahrung teilweise starke Vorbehalte gegen deren Anwendung.

Deshalb wird hier ein Diagramm entwickelt und vorgestellt, mit Hilfe dessen die maximal auftretende Beschleunigung von einfachen Eisenbahnbrücken zufolge von Zugüberfahrten schnell abgeschätzt werden kann.

## 2. MODELLBILDUNG FÜR DYNAMISCHE BERECHNUNGEN

### 2.1 IDEALISIERUNG DER BELASTUNG

Die  $N$  Achslasten eines betrachteten Zuges werden als vertikale Einzelkräfte mit zeitlich konstantem Betrag aufgefasst, siehe Abbildung 2. Die Lastausbreitung zufolge Schiene, Schwellen, Kiesbett oder Betonunterbau werden genauso vernachlässigt wie Stoßeinwirkungen durch Unebenheiten an der Schienenoberfläche. Auch die viskoelastische Verbindung zwischen den Radachsen und dem Fahrgestell wird nicht berücksichtigt. In den meisten in der Literatur angeführten Studien werden die Achslasten der beiden Drehgestelle am Anfang und Ende eines Waggons bzw. Triebwagens zu einer resultierenden Einzelkraft zusammengefasst, siehe zum Beispiel Xia et al. (2006). In der Abbildung 2 ist dieses Lastbild rot eingezeichnet. Das Gesamtgewicht des Zuges wird auf die Einzelkräfte  $\bar{F}_i$  gleichmäßig aufgeteilt, d.h. die unterschiedliche Kraftwirkung der Waggons und des Triebwagens auf den Überbau wird nicht in die Berechnung einbezogen.

Im Gegensatz dazu wird in der vorliegenden Untersuchung die Kraftwirkung jeder Achse separat erfasst. Diese Kräfte  $F_i$  ( $i = 1, \dots, N$ ) sind in Abbildung 2 in blauer Farbe dargestellt. Es ist jedoch zu beachten, dass bei den gegenständlichen Berechnungen anstatt der tatsächlichen Geometrie des Triebwagens die (leicht abweichenden) Abmessungen der Waggons verwendet werden.

Im Rahmen dieser Arbeit wird angenommen, dass ein Zug mit konstanter Geschwindigkeit  $v$  über das Brückentragwerk fährt. Beschleunigungs- und Bremsvorgänge werden nicht nachvollzogen.

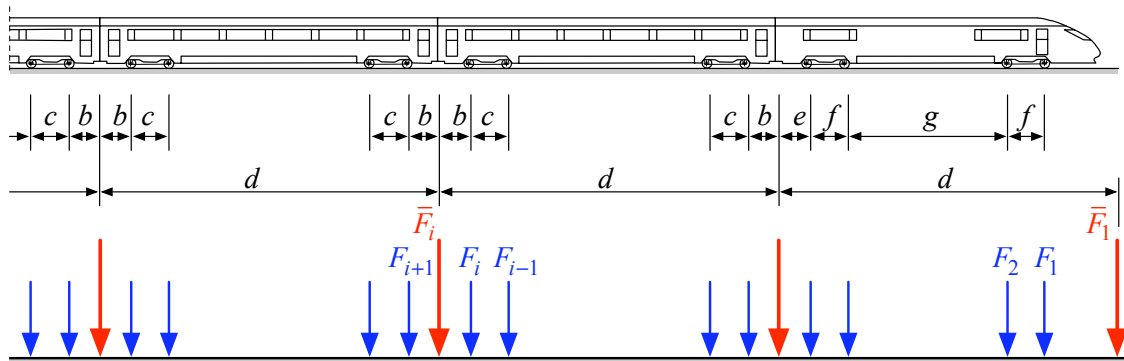


Abbildung 2: Achsabstände und Idealisierung der Belastung.

### 2.2 MECHANISCHES BRÜCKENMODELL UND BEWEGUNGSGLEICHUNG

Für die hier durchgeführten Untersuchungen wird die Brücke als linear elastischer Einfeldträger mit der Spannweite  $L$  idealisiert, welcher eine konstante Biegesteifigkeit  $EJ$  und eine konstante Massenbelegung pro Längeneinheit  $\rho A$  besitzt. Die  $i$ te Achslast  $F_i$  eines Zuges mit konstantem Betrag, die sich bei der Brückenüberfahrt mit konstanter Geschwindigkeit  $v = \text{const}$  bewegt, induziert Biegeschwingungen  $w(x, t)$ , die der folgenden partiellen Bewegungsgleichung genügen (Museros und Alarcon, 2005):

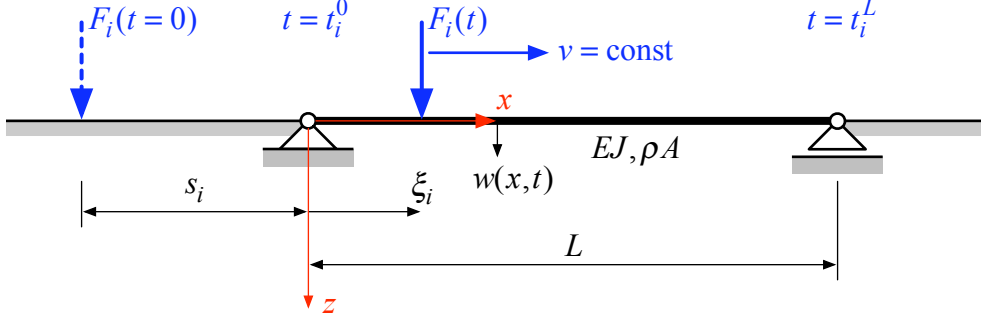


Abbildung 3: Fahrende Einzellast konstanter Geschwindigkeit auf Einfeldträger.

$$\rho A \ddot{w} + EJ w_{,xxxx} = F_i \delta(x - \xi_i) \left[ H(t - t_i^0) - H(t - t_i^L) \right] \quad (1)$$

Dabei legt die Dirac'sche Deltafunktion  $\delta$  den Ort der Einzeleinwirkung an der Stelle  $\xi_i$  fest, und mit den Heaviside'schen Sprungfunktionen  $H$  wird das Auf- und das Abschalten der Einzelkraft beim Eintreffen und beim Verlassen des Trägers zu den Zeitpunkten  $t_i^0$  und  $t_i^L$  beschrieben. Die Momentanlage der Einzelkraft und die Zeitpunkte  $t_i^0$  und  $t_i^L$  können als Funktion der Fahrgeschwindigkeit  $v$  und der Anfangslage  $s_i$  wie folgt ausgedrückt werden (siehe auch Abbildung 3):

$$\xi_i = vt - s_i, \quad t_i^0 = \frac{s_i}{v}, \quad t_i^L = \frac{s_i + L}{v} \quad (2)$$

Mit Hilfe modaler Analyse (Ziegler, 1998), bei der die Durchbiegung  $w(x,t)$  nach den Eigenfunktionen des Einfeldträgers  $\phi_n(x)$  entwickelt wird,

$$w(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} Y_n(t) \phi_n(x), \quad \phi_n(x) = \sin \frac{n\pi x}{L} \quad (3)$$

wird Gleichung (1) in einen unendlichen Satz von gewöhnlichen Bewegungsgleichungen für die modalen Koordinaten  $Y_n(t)$  übergeführt,

$$\ddot{Y}_n + 2\zeta_n \omega_n \dot{Y}_n + \omega_n^2 Y_n = \frac{1}{m_n} P_n^i, \quad n = 1, \dots, \infty, \quad (4.1)$$

$$\omega_n = \frac{n^2 \pi^2}{L^2} \sqrt{\frac{\rho A}{EJ}}, \quad m_n = \frac{\rho A L}{2}, \quad P_n^i(t) = F_i \phi_n(x = vt - s_i) \left[ H(t - \frac{s_i}{v}) - H(t - \frac{s_i + L}{v}) \right] \quad (4.2)$$

In den Gleichungen (4.1) wird der Einfluss der Strukturdämpfung an der Schwingungsantwort durch modales Einfügen einer viskosen Dämpfung mit dem Lehr'schen Dämpfungsmaß  $\zeta_n$  berücksichtigt. Die Eigenfrequenzen  $f_n$  und die Eigenkreisfrequenz  $\omega_n$  sind bekanntermaßen über die Beziehung  $f_n = \omega_n / 2\pi$  miteinander verbunden.

Die Gleichungen (4.1) können zum Beispiel mit dem Duhamel'schen Faltungsintegral gelöst werden. Die gesamte Schwingungsantwort eines Zuges mit  $N$  Achslasten wird durch Superposition der Schwingungsantworten zufolge der Einzelkräfte  $F_i$  ( $i = 1, \dots, N$ ) gefunden. Dabei wird die unendliche modale Reihe gemäß Gleichung (3) durch eine endliche Anzahl von Reihengliedern approximiert.

### 3. ERGEBNISSE

#### 3.1 EINFLUSS DER BELASTUNGSIDEALISIERUNG AN DER VORHERSAGE DER SCHWINGUNGSANTWORT

In diesem Abschnitt wird untersucht, wie sich das Zusammenfassen der Achslasten von den Drehgestellen an beiden Enden der Waggons zu einer einzigen resultierenden Einzellast auf die Vorhersage der Beschleunigungsantwort auswirkt. Zuvor wird noch das Resonanzphänomen diskutiert.

Bei gewissen Fahrgeschwindigkeiten  $v$  wird die Schwingungsantwort von Überbauwerken stark vergrößert und es treten Resonanzen auf. Resonanzerscheinungen können unterschiedliche Ursachen haben.

Dieses Phänomen kann zum einen durch das rhythmische Auftreten von Einzelkräften oder Kraftgruppen bei der Überfahrt von Zügen entstehen. Gemäß Musero und Alarcon (2005) ist neben den Eigenfrequenzen der Brücke der Abstand zwischen den resultierenden Achslasten, d.h. die Länge  $d$  der Waggons (vergleiche mit Abbildung 2) der charakteristische Parameter für Resonanz (erster Art): Bei der  $i$ ten Resonanz der  $n$ ten Eigenschwingungsform führt diese Eigenschwingungsform zwischen der Überfahrt von zwei aufeinander folgenden Einzellasten  $i$  Schwingungszyklen aus. Die zugehörigen kritischen Fahrgeschwindigkeiten  $V_n^i$  für den Einfeldträger können mit der von Musero und Alarcon (2005) angegebenen Beziehung

$$V_n^i = \frac{f_n d}{i}, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (5)$$

aus den Eigenfrequenzen und der Waggonlänge  $d$  berechnet werden.

Die Ursache von Resonanz (zweiter Art) kann auch die Überfahrtsgeschwindigkeit selbst sein. Für diesen Fall lautet die kritische Fahrgeschwindigkeit  $\bar{V}_n$  (Ziegler, 1998, Fryba, 2001):

$$\bar{V}_n = \frac{2L f_n}{n}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (6)$$

Diese kritische Fahrgeschwindigkeit  $\bar{V}_n$  ist in den meisten Fällen so groß, dass sie von Zügen tatsächlich nur sehr selten erreicht wird. Eine ausführliche Diskussion über die Ursache von Resonanzerscheinungen findet man in Xia et al. (2006).

Als Beispiel ist in den Abbildungen 4 und 5 die maximale Beschleunigung von beidseitig gelenkig gelagerten Brücken in Feldmitte und im Dreiviertelpunkt in Abhängigkeit von der Fahrgeschwindigkeit  $v$  aufgetragen, die von einem Hochgeschwindigkeitszug des Typs ICE ET 410 induziert wird. Der Zug ist wie folgt aufgebaut: 1 Triebkopf - 7 Reisewagons (Demonstrationswagen 1) - 1 Triebkopf - 6 Reisewagons. Die Waggonlänge und die Achsabstände gemäß Abbildung 2 lauten:  $b = 2,27m$ ,  $c = 2,80m$ ,  $d = 24,34m$ , für die Triebköpfe werden näherungsweise die gleichen Abmessungen verwendet. Die Achslasten der Triebköpfe  $F_1$  bis  $F_4$  und  $F_{32}$  bis  $F_{35}$  betragen  $200kN$ , die der Waggons  $F_5$  bis  $F_{31}$  und  $F_{36}$  bis  $F_{60}$   $116,5kN$ . Für die vereinfachten Berechnungen mit resultierenden Einzellasten mit dem Abstand  $d$  wird die Gesamtlast des Zuges auf 15 Einzelkräfte gleichmäßig aufgeteilt:  $\bar{F}_1, \dots, \bar{F}_{15} = 510,5kN$ . Die Tragwerksmasse je Längeneinheit  $\rho A$  der betrachteten Brücken beträgt  $20.000 kg/m$ , die modalen Dämpfungskoeffizienten  $\zeta_n$  sind mit 1% festgesetzt worden - ein typischer Wert für vorgespannte Betonbrücken (Musero und Alarcon, 2005). Bei den Zeitverlaufsberechnungen wurden nach einer Konvergenzstudie in den modalen Reihen die drei ersten Eigenschwingungsformen der Brücke berücksichtigt.

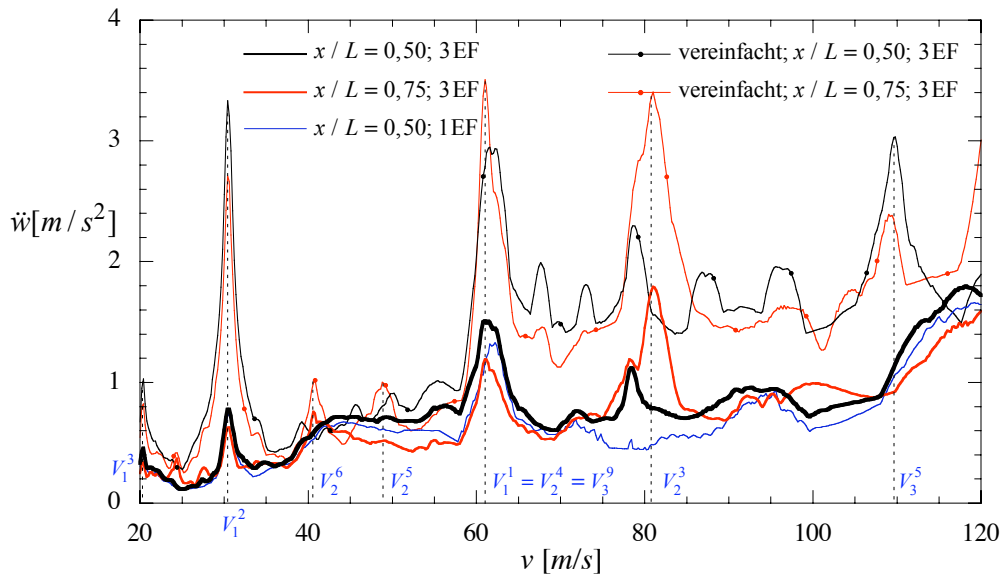


Abbildung 4: Maximale Beschleunigung in Feldmitte und im Dreiviertelpunkt in Abhängigkeit von der Fahrgeschwindigkeit. Einfeldbrücke, Stützweite  $L = 35\text{ m}$ , Grundfrequenz  $f_1 = 2,50\text{ Hz}$ . Hochgeschwindigkeitszug ICE ET 410.

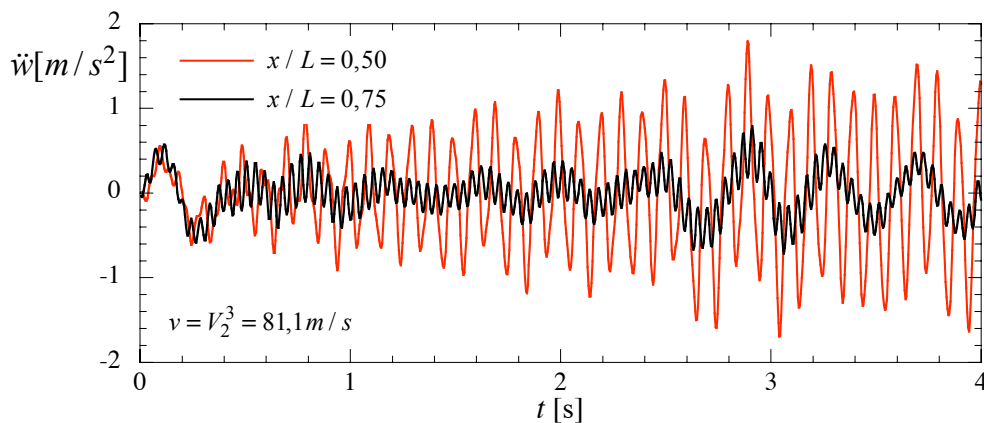


Abbildung 5: Zeitverlauf der Beschleunigung in Feldmitte und im Dreiviertelpunkt. Einfeldbrücke, Stützweite  $L = 35\text{ m}$ , Grundfrequenz  $f_1 = 2,50\text{ Hz}$ . Hochgeschwindigkeitszug ICE ET 410.

In dem in Abbildung 4 gezeigten Ergebnis wird ein Tragwerk mit einer Stützweite  $L$  von  $35\text{ m}$  betrachtet, die Grundfrequenz  $f_1$  beträgt  $2,50\text{ Hz}$ . Die erste bzw. die zweite Oberfrequenz ist dann der vier- bzw. neunfache Wert von  $f_1$ . Wenn man die kritischen Fahrgeschwindigkeiten (erster Art) für die beiden ersten Eigenschwingungsformen im dargestellten Bereich gemäß Gleichung (5) auswertet, erhält man:  $V_1^1 = 60,9\text{ m/s}$ ,  $V_1^2 = 30,4\text{ m/s}$ ,  $V_1^3 = 20,3\text{ m/s}$ ,  $V_2^3 = 81,1\text{ m/s}$ ,  $V_2^4 = 60,9\text{ m/s}$ ,  $V_2^5 = 48,7\text{ m/s}$ ,  $V_2^6 = 40,6\text{ m/s}$ . Andererseits liefert Gleichung (6) eine kritische Fahrgeschwindigkeit (zweiter Art)  $\bar{V}_1$  von  $175\text{ m/s}$ , die von dem betrachteten Zug nicht erreicht werden kann. Die dicken Linien entsprechen dem Maximalwerten der Beschleunigungsantwort im Dreiviertelpunkt (rot) und in der Mitte (schwarz) der Brücke, wenn die Achsabstände und Achslasten (Einzelkräfte) des Zuges bei der Analyse exakt angesetzt werden. In einer zweiten Rechnung werden die Achslasten an den Enden der einzelnen Waggons als resultierende Einzelkräfte mit konstantem Abstand berücksichtigt. Die zugehörigen Ergebnisse sind in dieser Abbildung mit dünnen Linien dargestellt. Man erkennt, dass die Resonanzerscheinungen erster Art in beiden Fällen bei den

oben angegebenen kritischen Fahrgeschwindigkeiten auftreten. Das bedeutet, dass die kritischen Geschwindigkeiten gemäß Gleichung (5) auch für „exakt“ angesetzte Achsabstände näherungsweise gültig sind. Mit der vereinfachten Berechnung wird jedoch die maximale Beschleunigung bei den Resonanzen teilweise um ein Vielfaches überschätzt und führt daher zu einer sehr konservativen Abschätzung der Schwingungsantwort.

Außerdem ist in dieser Abbildung die maximale Beschleunigung in Tragwerksmitte dargestellt, bei der die modale Reihe, Gleichung (3), nur mit einer einzigen Eigenschwingungsform approximiert wird (blaue Linie). Es zeigt sich, dass die maximale Beschleunigung in Brückenmitte in weiten Geschwindigkeitsbereichen gut angenähert wird. Die Resonanzspitzen zufolge der Anregung der höheren Eigenformen können jedoch mit dieser Einfreiheitsgrad-Approximation nicht erfasst werden, wie zum Beispiel die größte Beschleunigung im Dreiviertelpunkt bei der kritischen Geschwindigkeit  $V_2^3$ . Abbildung 5 zeigt die zugehörigen Zeitverläufe der Beschleunigung in der Mitte und im Dreiviertelpunkt der Stützweite, wenn die Fahrtgeschwindigkeit dieser kritischen Geschwindigkeit  $V_2^3$  entspricht. Man sieht sehr deutlich, dass bei  $x/L = 0,75$  die zweite Eigenform die Antwort dominiert. Es ist daher im Allgemeinen erforderlich, den dynamischen Nachweis für Brücken, die von Hochgeschwindigkeitszügen überfahren werden, mit mehreren Reihengliedern zu führen.

Die in Abbildung 6 gezeigten Ergebnisse beruhen auf einem Überbau mit einer Stützweite von 32 m und einer Grundfrequenz  $f_1$  von 2,85 Hz. Obwohl diese Brücke nur um 3 m kürzer ist, tritt hier eine mehr als doppelt so große Beschleunigungsspitze bei der Resonanzgeschwindigkeit  $V_1^1$  auf. Auch hier liefert die vereinfachte Berechnung mit einer resultierenden Einzellast sehr konservative Ergebnisse.

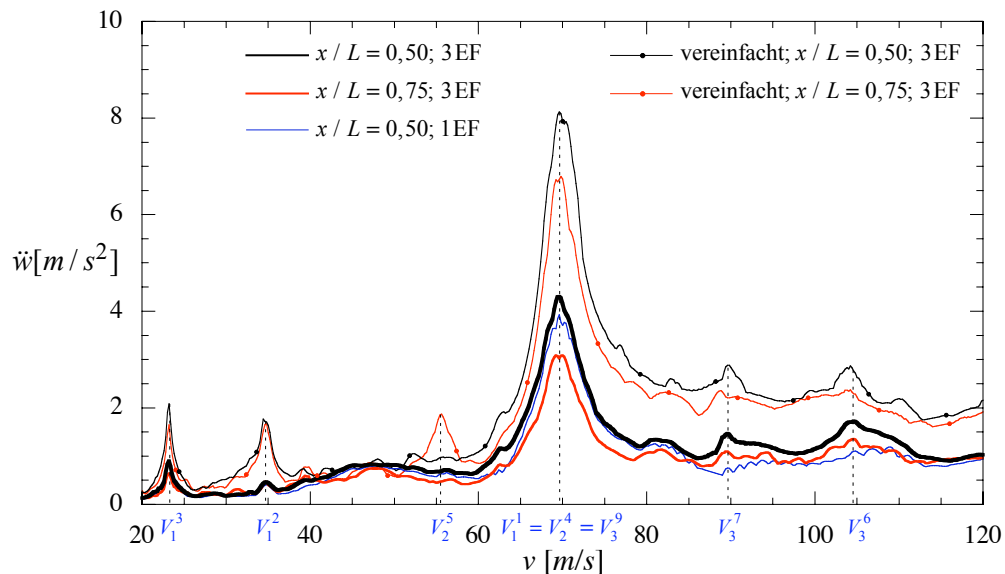


Abbildung 6: Maximale Beschleunigung in Feldmitte und im Dreiviertelpunkt in Abhängigkeit von der Fahrgeschwindigkeit. Einfeldbrücke, Stützweite  $L = 32\text{ m}$ , Grundfrequenz  $f_1 = 2,85\text{ Hz}$ . Hochgeschwindigkeitszug ICE ET 410.

### 3.2 ABSCHÄTZUNG DER MAXIMALEN BESCHLEUNIGUNGEN

Die hier vorgestellte Abschätzung der maximalen vertikalen Tragwerksbeschleunigungen mit Hilfe eines Diagramms soll für eine große Palette von Parametern von Brücken und Zügen gelten. Deshalb werden dimensionslose Bezugsgrößen eingeführt (siehe auch Museros und Alarcon, 2005). Diese werden durch Heranziehen einer „Bezugsbrücke“ hergeleitet, bei der die charakteristischen Größen, nämlich die Stützweite  $L$ , die

Masse pro Längeneinheit  $\rho A$ , die Grundfrequenz  $f_1$  und die Achslasten  $F$ , den Wert „eins“ haben. Die dimensionslose Bezugsgeschwindigkeit  $\bar{v}$  des Zuges ist mit der tatsächlichen Geschwindigkeit wie folgt verknüpft:

$$v = \bar{v} f_1 L \quad (7)$$

Die Schwingungsantwort der Brücke wird in Form einer dimensionslosen Bezugsbeschleunigung  $\ddot{\bar{w}}$  angegeben.  $\ddot{\bar{w}}$  wird in die zugehörige dimensionsbehaftete Beschleunigungen  $\ddot{w}$  wie folgt übergeführt:

$$\ddot{w} = \ddot{\bar{w}} \frac{F}{\rho A L} \quad (8)$$

Dabei sind in den Gleichungen (7) und (8)  $\rho A$ ,  $L$ ,  $f_1$  und  $F$  in SI-Einheiten einzusetzen, um  $\ddot{w}$  und  $v$  in kompatiblen SI-Einheiten zu erhalten.

Abbildung 7 zeigt ein Diagramm, mit Hilfe dessen die maximal auftretende bezogene vertikale Beschleunigung in einfeldrigen Brückentragwerken in Abhängigkeit von der dimensionslosen Länge  $L/d$  und der maximalen bezogenen Fahrgeschwindigkeit  $\bar{v}_o$  abgelesen werden kann. Dieses Diagramm gilt für Brücken mit modalen Dämpfungen von 1%. Der diesem Diagramm zugrunde liegende Zug besteht aus einem Triebwagen und vier Waggons. Das Gewicht des gesamten Zuges wurde bei der Herleitung gleichmäßig auf alle Achsen aufgeteilt. Um die Anzahl der unabhängigen Parameter zu reduzieren, sind die Achsabstände  $b$  und  $c$  mit einem Zehntel der Waggonlänge  $d$  festgelegt:  $b=c=d/10$ . Weiters wird angenommen, dass die Abmessungen des Triebwagens den Abmessungen eines normalen Waggons entsprechen. Das Verhältnis  $L/d$  umfasst den Wertebereich von 0,2 bis 4 da die gängigen Waggonlängen zwischen 13 und 16 m und die Spannweiten von Einfeldbrücken zwischen 8 und 50 m liegen (Musero und Alarcon, 2005).

Dieses Diagramm ist mittels Zeitverlaufsberechnungen ermittelt worden. Dabei wird für ein festgehaltenes Längenverhältnis  $L/d$  und eine Ausgangsgeschwindigkeit  $\bar{v}$  der Verlauf der vertikalen Beschleunigung in den Zwölfelpunkten des Tragwerks bestimmt. Die Berechnung wird mit ansteigendem  $\bar{v}$  bis zu einer maximalen Fahrgeschwindigkeit  $\bar{v}_o$  sukzessive wiederholt. Anschließend wird aus allen bezogenen Beschleunigungswerten der Maximalwert als Funktion von  $L/d$  und  $\bar{v}_o$  abgespeichert. Dieser Vorgang wird für diskrete Längenverhältnisse  $L/d$  und bezogene maximale Geschwindigkeiten  $\bar{v}_o$  so lange wiederholt, bis die in Abbildung 7 dargestellte Kurvenschar komplett ist.

Bei diesen Berechnungen wurden die drei ersten Schwingungsformen des Einfeldträgers einbezogen. Um den Anteil der höheren Schwingungsformen an der maximalen Beschleunigung aufzuzeigen, ist in Abbildung 8 den Ergebnissen für die bezogenen maximalen Fahrgeschwindigkeiten  $\bar{v}_o$  von 0,5, 1,0 und 1,5 die Lösung mit der alleinigen Berücksichtigung der Grundschwingungsform gegenübergestellt. Es zeigt sich, dass bei einer maximalen Geschwindigkeit  $\bar{v}_o$  von 0,5 die Einfreiheitsgradlösung die maximale Beschleunigung im Bereich der bezogenen Länge  $L/d$  von 0,6 und 1,8 um mehr als die Hälfte unterschätzt wird, während für  $\bar{v}_o = 1,0$  die Berechnung mit einer Schwingungsform die Beschleunigung im gesamten dargestellten Bereich gut approximiert. Für eine hohe bezogene Maximalgeschwindigkeit von  $\bar{v}_o = 1,5$  kann bei bezogenen Längen  $L/d$  größer als zwei der Anteil der höheren Eigenschwingungsformen an der Strukturantwort nicht mehr vernachlässigt werden.

Abbildung 7 gibt einen guten Überblick über das dynamische Antwortverhalten von Brückentragwerken. Bei einer kleinen maximalen Bezugsgeschwindigkeit  $\bar{v}_o$  tritt die maximale bezogene Beschleunigung  $\max \ddot{\bar{w}}$  bei einem Längenverhältnis  $L/d$  von 2



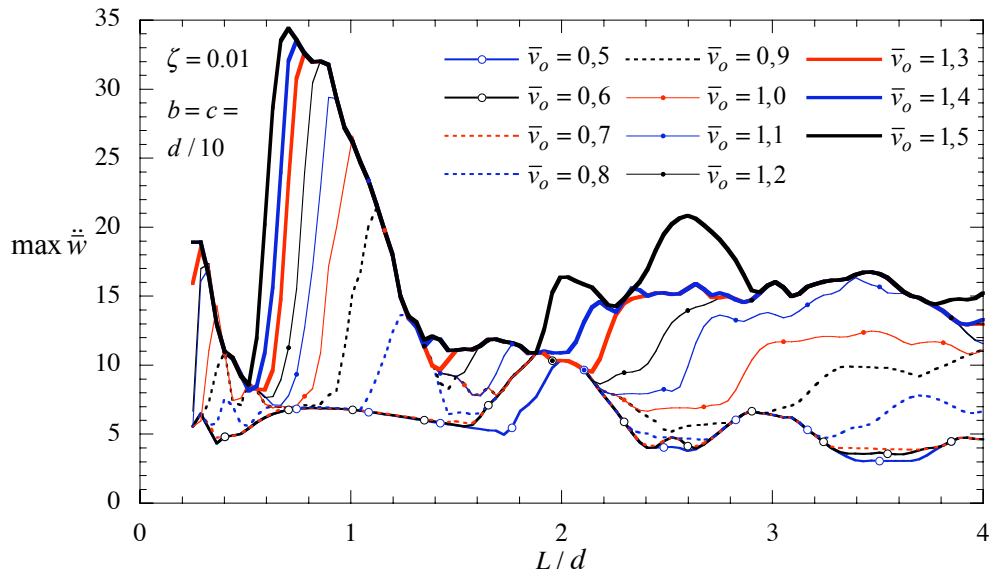


Abbildung 7: Diagramm zur Abschätzung der maximalen Brückenbeschleunigung als Funktion des Längenverhältnisses  $L/d$  und der bezogenen maximalen Fahrgeschwindigkeit  $\bar{v}_o$ .

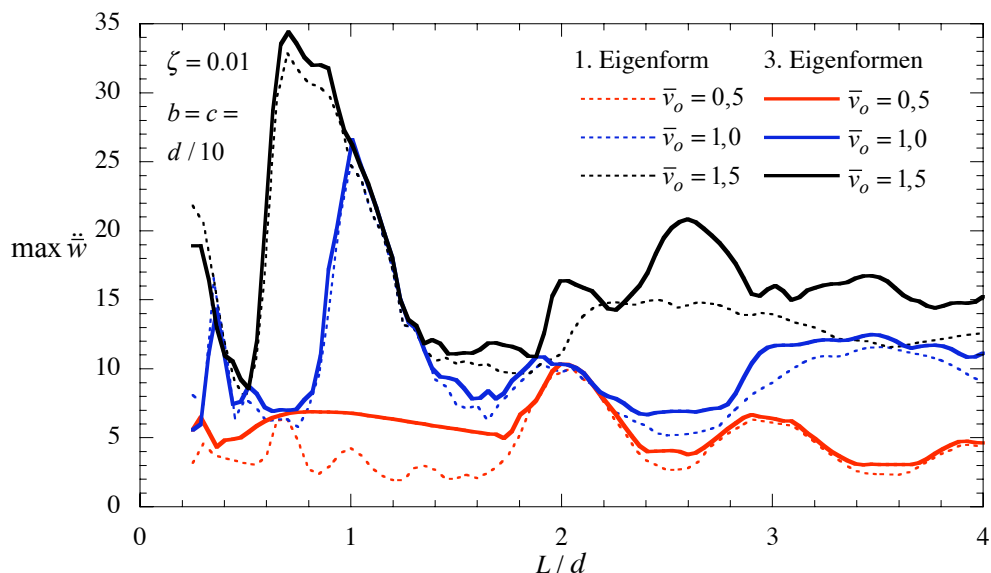


Abbildung 8: Maximale bezogene Brückenbeschleunigung bei Berücksichtigung von einer bzw. drei Eigenformen in den zugrunde liegenden Berechnungen.

auf. Mit steigender Geschwindigkeit verschiebt sich die Maximalantwort immer weiter nach links zu kleineren Werten von  $L/d$ . Je höher  $\bar{v}_o$  ist desto steiler ist der Gradient des Anstieg der Beschleunigung von einem lokalen Minimum zum Maximum (zum Beispiel hat für  $\bar{v}_o = 1,5$  die Beschleunigung  $\max \ddot{w}$  bei  $L/d = 0,5$  einen Wert von 8,5, aber bei  $L/d = 0,7$  beträgt diese bereits 34 – das ist ungefähr der vierfache Wert). Bei den Längenverhältnissen  $L/d$  von etwa 0,5 und 1,5 weisen die Kurven für die meisten maximalen Bezugsgeschwindigkeiten ein lokales Minimum auf.

Im Folgenden wird ein Beispiel zur Anwendung des Diagramms präsentiert. Das betrachtete Brückentragwerk soll eine Stützweite  $L$  von 26,4 m haben, die Masse pro Längeneinheit  $\rho A$  beträgt 30.000 kg/m, und die Grundfrequenz  $f_1$  hat einen Wert von 4,2 Hz. Der Zug bestehend aus dem Triebwagen und vier Waggons fährt mit Ge-

schwindigkeit von maximal  $v_o = 88,7 \text{ m/s}$  über die Brücke, die gleichmäßig aufgeteilten Achslasten  $F$  betragen  $220 \text{ kN}$ , und die Waggons haben eine Länge  $d$  von  $22 \text{ m}$ . Damit ist die bezogene Länge  $L/d = 1,2$  und die maximale bezogene Geschwindigkeit gemäß Gleichung (7)  $\bar{v}_o$  gleich  $0,8$ . Aus dem Diagramm erhält man aus diesen Werten eine maximale Bezugsbeschleunigung  $\max \ddot{w}$  von ungefähr  $12$ . Umrechnung nach Gleichung (8) liefert die maximale Brückenbeschleunigung (für die angegebene maximale Fahrgeschwindigkeit)  $\max \dot{w}$  von  $3,03 \text{ m/s}^2$ . Die kritische Fahrgeschwindigkeit erster Art  $V_1^1$  ergibt sich gemäß Gleichung (5) zu  $92,4 \text{ m/s}$ , und sie ist damit etwas größer als die maximale Fahrgeschwindigkeit des Zuges.

#### 4. SCHLUSSBEMERKUNGEN

Die Untersuchungen dieser Arbeit zeigen, dass unter gewissen Bedingungen Oberschwingungsformen einen bedeutenden Anteil an der Beschleunigungsantwort von Brücken haben, die durch überfahrende Züge dynamisch angeregt werden. Vergleichsrechnungen zeigen weiters, dass das Zusammenfassen der Achslasten an den Waggonenden zu einer einzigen Einzellast bei bestimmten Geometrieverhältnissen zu einer überkonservativen Vorhersage der Beschleunigungen führen kann. Eine neuartige Darstellung der Schwingungsantwort in dimensionsloser Form im Sinne von Antwortspektren ermöglicht es, für einfache Brücken die Beschleunigungsantwort als Funktion einer bezogenen Länge und einer bezogenen maximalen Geschwindigkeit ohne eine dynamische Zeitverlaufsberechnung abzuschätzen.

#### SCHRIFTENVERZEICHNIS

- DS 804 - Vorschrift für Eisenbahnbrücken und sonstige Ingenieurbauwerke (VEI), Ausgabe September 2000. Bundesbahn-Zentralamt: München.
- Fryba, L., 1996. Dynamics of railway bridges. Thomas Telford: London.
- Fryba, L., 2001. A rough assessment of railway bridges for high speed trains. Engineering Structures, 23, S. 548 - 556.
- Museros, P., Alarcon, E., 2005. Influence of the second bending mode on the response of high-speed bridges at resonance. Journal of Structural Engineering ASCE, 131, S. 405 - 415.
- Xia, H., Zhang, N., Guo, W.W., 2006. Analysis of resonance mechanism and conditions of train – bridge system. Journal of Sound and Vibration, 297, S. 810 - 822.
- Ziegler, F., 1998. Technische Mechanik der festen und flüssigen Körper. Dritte, überarbeitete Auflage. Springer: Wien - New York.