Vereinfachte Bestimmung der globalen Kollapskapazität stabilitätsgefährdeter Rahmentragwerke unter Erdbebeneinwirkung

Christoph Adam Institut für Grundlagen der Bauingenieurwissenschaften, Universität Innsbruck, Österreich

Jean-Philipp Spieß Hausverwaltung DI Roland Spieß, Wien, Österreich

ZUSAMMENFASSUNG: Der vorliegende Beitrag befasst sich mit der Vorhersage des Versagens von erdbebenerregten inelastischen Rahmentragwerken zufolge des P-Delta Effekts. Aus einem Satz von 40 gewöhnlichen Erdbebenschrieben werden sogenannte Kollapsspektren entwickelt, mit deren Hilfe die Versagensintensität von Einund Mehrfreiheitsgrad-Systemen abgeschätzt werden kann. Ausgehend von einer Pushover-Analyse werden dabei Tragwerke mit mehreren Freiheitsgraden in ein äquivalentes Einfreiheitsgradsystem übergeführt. Als charakteristische Größe für die Einwirkung wird die Spitzenbeschleunigung von Erdbebenschrieben aufgefasst.

1. EINLEITUNG

Vertikale Kräfte, dies sind vor allem Gewichtskräfte, führen zur Verringerung der Steifigkeit von Tragwerken. Dieser so genannte P-Delta Effekt ist bei realen Gebäuden von untergeordneter Bedeutung solange sich das Tragwerk elastisch verformt. Unter der Einwirkung von Katastrophenerdbeben wird jedoch nach moderneren Entwurfsgrundsätzen inelastisches Materialverhalten an bestimmten Stellen des Bauwerks gezielt zugelassen. Wenn der P-Delta Effekt im inelastischen Deformationsbereich zu einer negativen Steifigkeit führt, ist bei solchen extremen seismischen Einwirkungen rasch ein Zustand globaler dynamischer Instabilität erreicht. Dabei neigt die Auslenkung des Tragwerks dazu, sich in eine Richtung zu vergrößern, bis Strukturversagen eintritt (Bernal, 1998).

In dieser Arbeit wird ein Kollapsspektrum zur Abschätzung der Versagensintensität von erdbebenerregten inelastischen Einmasseschwinger unter der Einwirkung von Vertikalkräften vorgestellt. Die charakteristische Einwirkungsgröße ist dabei die Maximalbeschleunigung der betrachteten Erdbebenschriebe. Das Kollapsspektrum beruht auf bilinearem hysteretischem Materialverhalten ohne Materialdegradation.

In weiterer Folge wird gezeigt, wie dieses Kollapsspektrum zur raschen Abschätzung der globalen Kollapskapazität zufolge dynamischer Instabilität von regelmäßigen Rahmentragwerken herangezogen werden kann. Dabei wird das Tragwerk in einen äquivalenten Einmasseschwinger übergeführt, der auf der globalen Pushover-Kurve der ursprünglichen Struktur beruht. Es ist anzumerken, dass eine Konstruktion auch durch Materialversagen oder Konstruktionsmängel versagen kann. Dieser Fall ist gesondert zu untersuchen.

2. EINFREIHEITSGRADSYSTEME

2.1 DER P-DELTA EFFEKT IM INELASTISCHEN EINMASSESSCHWINGER

Um die Auswirkung des P-Delta Effekts auf einen Einmasseschwinger mit nichtlinearer Federkennlinie zu zeigen, wird das in Abbildung 1(a) gezeigte Modell eines stehenden mathematischen Pendels, bestehend aus einem starren masselosen Stab der Länge h und einer Punktmasse m am oberen Ende, herangezogen. Der Fußpunkt ist gelenkig mit dem Untergrund verbunden und mit einer elastoplastischen Drehfeder mit der elastischen Anfangsdrehfedersteifigkeit k_r abgestützt. Viskose Dämpfung wird über einen Drehdämpfer mit der Konstante r_r berücksichtigt. Die Anregung erfolgt durch die horizontale Bodenbeschleunigung \ddot{x}_g . Wirkt eine vertikale Normalkraft P auf die Punktmasse ein, lautet für kleine Winkel $\varphi \ll 1$ die durch die horizontale Verschiebung x ausgedrückte nichtlineare Bewegungsgleichung:

$$m\ddot{x} + r\dot{x} + f_S(x) - k\theta x = -m\ddot{x}_g \tag{1}$$

Dabei ist f_S die nichtlineare Federkraft, k die lineare Ersatzanfangsfedersteifigkeit $(k = k_r / h^2)$, r die viskose Ersatzdämpferkonstante $(r = r_r / h^2)$, und θ bezeichnet den Stabilitätskoeffizient,

$$\theta = \frac{P}{kh} \tag{2}$$

der den destabilisierenden Einfluss der Normalkraft auf die Bewegung des unten abgebildeten Systems beschreibt. Beim ruhenden elastischen System ist für $\theta = 1$ die Stabilitätsgrenze erreicht. In Abbildung 1(b) ist das Beispiel einer idealisierten nichtlinearen Federkennlinie in Form einer bilinearen Kurve dargestellt. α bezeichnet in dieser Abbildung den Verfestigungskoeffizient, der als das Verhältnis von Steifigkeit nach Überschreiten der Fließgrenze zur Anfangsteifigkeit definiert ist. Wird die Federkraft f_S mit der Festigkeit f_{Sy} normiert, und die Lagekoordinate x durch die Verschiebung bei Fließeintritt x_y dividiert und damit durch die Duktilität μ ausgedrückt, erhält man die in Abbildung 2 in schwarzen Linien gezeigte dimensionslose Arbeitslinie.



Abbildung 1: (a) Mechanisches Modell des betrachteten Einmasseschwingers. (b) Bilineare Federkennlinie.



Abbildung 2: Bilineares hysteretisches Verhalten (mit kinematischer Verfestigung) ohne (schwarze Linien) und mit P-Delta Effekt (rote Linien).

Die dimensionslose Form von Gleichung (1), wiedergegeben mit der Variable μ , lautet dann:

$$\ddot{\mu} + 2\zeta\omega\dot{\mu} + \omega^2\left(\overline{f}_S - \theta\mu\right) = -\frac{\ddot{x}_g}{x_y}\left(= -\ddot{x}_g\frac{k}{f_{Sy}}\right), \qquad \mu = \frac{x}{x_y}, \quad \overline{f}_S = \frac{f_S}{f_{Sy}}$$
(3)

Hier bezeichnet ζ das Lehr'sche Dämpfungsmaß, $\omega = \sqrt{k/m}$ die Eigenkreisfrequenz (ohne Einfluss der Vertikalkraft) und $\overline{f_S}$ die normierte nichtlineare Federkraft. Wie aus Gleichung (3) erkennbar ist, führt die Vertikalkraft sowohl im linearen als

Wie aus Gleichung (3) erkennbar ist, führt die Vertikalkraft sowohl im linearen als auch im nichtlinearen Bereich zu einer Verringerung der dimensionslosen Strukturkraft \overline{f} um den Wert $\theta\mu$. In Abbildung 2 ist eine dimensionslose bilineare Hysterese mit kinematischer Verfestigung ohne (in schwarze Linien) und mit Einfluss (in rote Linien) der Vertikalkraft dargestellt. Es wird darauf hingewiesen, dass bei Systemen ohne Vertikalkraft die Federkennlinie und die Strukturkennlinie identisch sind, jedoch bei Einwirkung einer Vertikalkraft zwischen diesen beiden Fällen unterschieden werden muss (\overline{f} versus \overline{f}_S).

Die Verringerung der Steifigkeit im elastischen Bereich ist im Allgemeinen für das Bauwerksverhalten unter Erdbebenwirkung von untergeordneter Bedeutung. Ist jedoch der Stabilitätskoeffizient θ größer als der Verfestigungskoeffizient α (d.h. die inelastische Steifigkeit wird negativ, siehe Abbildung 2), wird bei seismischer Beanspruchung nach Überschreiten der Festigkeit rasch der Grenzzustand dynamischer Stabilität erreicht, was in weiterer Folge zu Tragwerksversagen führt.

2.2 DEFINITION DER KOLLAPSKAPAZITÄT

Unter der Kollapskapazität (Versagensintensität) eines inelastischen Einmasseschwingers versteht man eine charakteristische Einwirkungsgröße, bei der strukturelles Versagen eintritt. Das bedeutet, dass eine inkrementelle Zunahme der Einwirkung zu einem unendlichen Ansteigen der Deformation führt. Im Rahmen dieser Untersuchungen wird die Spitzenbeschleunigung (PGA) von Erdbebenschrieben als charakteristische Einwirkungsgröße angesehen (Spieß, 2007). Die Kollapskapazität des Schwingers für einen spezifischen Erdbebenschrieb wird mittels inkrementeller dynamischer Analyse (Vamvatsikos und Cornell, 2002) bestimmt. Dabei werden nacheinander Zeitverlaufsrechnungen mit einer inkrementellen Steigerung der Beschleunigungsamplitude durchgeführt, bis Versagen im Sinne exzessiver Verschiebungen konstatiert wird. Die zugehörige Spitzenbeschleunigung ist die Kollapskapazität für diese Erdbebenaufzeichnungen.

2.3 UNTERSUCHUNGSMETHODIK

Da Erdbeben einmalige nicht wiederkehrende Ereignisse sind, werden die Versagensintensitäten für einen Satz von 40 gewöhnlichen Erdbebenschrieben, dem so genannten LMSR-N-Satz, bestimmt (Medina und Krawinkler, 2003). Die seismischen Bodenbeschleunigungen, welche in Kalifornien auf NEHRP Bodenklasse D (steife Böden) aufgezeichnet worden sind, weisen Momenten-Magnituden M_w von 6.5 bis 6.9 und Hypozentraldistanzen von 13 bis 30 km auf. Dabei werden die Erdbebenschriebe auf die gleiche Intensität (auf PGA) skaliert, und aus den einzelnen Kollapskapazitäten wird der Median bestimmt, der als die Kollapskapazität *CC* des Einmasseschwingers für diesen Satz von seismischen Bodenbeschleunigungen angesehen wird.

Es wird angenommen, dass der Einmasseschwinger mit $\zeta = 5\%$ gedämpft ist. Bei der Berechnung der Referenzlösungen wird sowohl f_{Sy} als auch x_y jeweils der Wert "eins" zugeordnet, während die elastische Eigenperiode $T = 2\pi / \omega$ (ohne P-Delta) von 0,6 bis 4 Sekunden gesteigert wird. Wenn die Differenz aus dem Stabilitäts- und dem Verfestigungskoeffizient ($\theta - \alpha$) positiv ist, dann ist die inelastische Steifigkeit negativ. Bei Überschreiten der Fließgrenze ist dann das Tragwerk kollapsgefährdet. Der wesentliche Parameter für die Prognose der Kollapskapazität ist daher die Differenz ($\theta - \alpha$). Im Folgenden werden Lösungen für den Wertebereich ($\theta - \alpha$) von 0,02 bis 0,80 angegeben.

2.4 KOLLAPSSPEKTREN

In der Abbildung 3 sind die so berechneten Kollapskapazitäten *CC* in g/m (g ist die Fallbeschleunigung) als Funktion von der Eigenperiode *T* für charakteristische Werte negativer Steifigkeiten ($\theta - \alpha$) von 0,02 bis 0,80 dargestellt. Es fällt auf, dass die Kollapskapazität im Periodenbereich von 1,5 bis 4 Sekunden für einen festgehaltenen Wert von ($\theta - \alpha$) kaum variiert. Bei der praktischen Anwendung dieser Spektren auf ein bereits als Einmasseschwinger diskretisiertes Tragwerk ist der aus dem Diagramm abgelesene Wert der Versagensintensität *CC* des Referenz-Einmasseschwingers gemäß der rechten Seite der Gleichung (3) mit einem Faktor bestehend aus der Steifigkeit k und der Festigkeit f_{Sv} zu multiplizieren,



Abbildung 3: Kollapsspektren für bilineares Materialverhalten.

$$CC_{SDOF} = CC \frac{f_{Sy}}{k}$$

um einen Schätzwert für die Versagensintensität des aktuellen Tragwerks zu erhalten.

(4)

3. MEHRFREIHEITGRADSYSTEME

Dieser Abschnitt behandelt das Versagen von seismisch erregten, ebenen, regelmäßigen, mehrgeschoßigen Rahmensystemen, wie in Abbildung 4(a) dargestellt, zufolge des P-Delta Effekts.

Vorweg muss mit Hilfe einer Pushover-Analyse geklärt werden, ob beim betrachteten Tragwerk unter Erdbebeneinwirkung überhaupt die Gefahr des strukturellen Kollapses durch das Zusammentreffen von inelastischen Verformungen und Vertikalkräften besteht. Dabei wird eine horizontale Belastung **F**, deren Lastbild die Grundschwingungsform annähern soll, schrittweise gesteigert, und die Dachverschiebung x_r als Funktion der resultierenden horizontalen Bodenschubkraft V aufgetragen. Wenn der inelastische Ast dieser globalen Pushover-Kurve unter dem Einfluss der Vertikalkräfte negativ wird, ist eine eingehende Untersuchung des Kollapsverhaltens notwendig. In der Abbildung 4(b) sind globale Pushover-Kurven eines Tragwerks ohne (schwarze Linie) und mit Wirkung von Vertikalkräften (rote Linie) dargestellt. In dem gezeigten Fall wird die inelastische Steifigkeit durch den P-Delta Effekt negativ.

Da eine inkrementelle dynamische Analyse eines solchen Tragwerks mit einem Satz von mehreren Erdbebenschrieben äußerst zeit- und kostenintensiv ist, wird im Folgenden gezeigt, wie mit Hilfe der zuvor vorgestellten Kollapsspektren die Versagensintensität solcher Rahmentragwerke prognostiziert werden kann. Dazu wird das Mehrfreiheitsgradsystem in einen äquivalenten Einmasseschwinger übergeführt, welcher die wesentlichen dynamischen Eigenschaften der ursprünglichen Struktur widerspiegeln soll.



Abbildung 4: (a) Pushover-Analyse für ein Rahmentragwerk. (b) Zugehörige globale Pushover-Kurven ohne (schwarze Linie) und mit (rote Linie) P-Delta Effekt.

3.1 DEFINITION DES ÄQUIVALENTEN EINMASSESCHWINGERS

Ausgangspunkt für die Herleitung der Parameter des äquivalenten Einmassenschwingers sind die ungedämpften gekoppelten Bewegungsgleichungen einer mit Punktmassen diskretisierten ebenen Rahmenstruktur (siehe Abbildung 4(a)):

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{f}(\mathbf{x}) = -\mathbf{M}\mathbf{e}\ddot{x}_g \tag{5}$$

Dabei ist **x** Vektor der Lagekoordinaten, in dem die *N* horizontalen Geschoßverschiebungen zusammengefasst sind, **M** ist die Massenmatrix, **f** der Vektor der inneren (nichtlinearen) Geschoßkräfte, **e** der Einheitsvektor, und \ddot{x}_g die horizontale Bodenbeschleunigung. Die elementare Annahme für die Definition des äquivalenten Einmasseschwingers ist, dass die Bewegung des Rahmens allein durch die horizontale Verschiebung x_r des obersten Geschoßriegels, multipliziert mit einem zeitunabhängigen Formvektor ϕ , beschrieben werden kann, d.h.

$$\mathbf{x} = \mathbf{\phi} x_r \tag{6}$$

Der Formvektor soll die Grundschwingungsform annähern, und es wird angenommen, dass die Werte des Formvektors ϕ_i linear bis zum Maximalwert "eins" ansteigen: $\phi_N = 1$. Werden die Gleichungen (5) mit dem transponierten Formvektor ϕ^T vormultipliziert, führt dieser Ansatz auf die vereinfachte Bewegungsgleichung für x_r :

$$m^* \ddot{x}_r + f_0^* (x_r) = -L^* \ddot{x}_g$$
, $m^* = \phi^T \mathbf{M} \phi$, $L^* = \phi^T \mathbf{M} \mathbf{e}$, $f_0^* = \phi^T \mathbf{f}$ (7, 8, 9, 10)

Mit der Koordinatentransformation

$$D = \frac{x_r}{\Gamma^*} , \ \Gamma^* = \frac{L^*}{m^*}$$
(11, 12)

erhält man die Gleichung des wegerregten äquivalenten Einmasseschwingers mit der effektiven Masse L^* in voller Analogie zum Einmasseschwinger:

$$L^*\ddot{D} + f_0^*(D) = -L^*\ddot{x}_g \tag{13}$$

Inelastische Deformationen im Rahmensystem führen zu nichtlinearen äquivalenten Federkräften f_0^* . Die zugehörige einachsige Kraft-Verschiebungskurve f_0^* -D wird an eine bilineare Approximation der globale Pushover-Kurve V_0 - x_r angepasst, die aus einer Pushover-Analyse am ursprünglichen Rahmen (ohne P-Delta Effekt) gewonnen wird. Dabei wird x_r gemäß Gleichung (11) in D übergeführt, die Umrechnung von V_0 zu f_s^* wird im Folgenden erläutert.

Statisches Gleichgewicht erfordert, dass bei der Pushover-Analyse der Kraftvektor **F** und der Vektor der Geschoßkräfte **f** gleich groß sind. Nimmt man ferner an, dass das Lastmuster von **F** durch den normierten Vektor **Φ** gegeben ist, welcher mit der Lastamplitude F_0 am obersten Riegel multipliziert wird: $\mathbf{F} = \mathbf{\Phi} F_0$, dann ergibt sich gemäß Gleichung (10):

$$f_0^* = F_0 \boldsymbol{\phi}^T \boldsymbol{\Phi} \tag{14}$$

Berechnung der Schubkraft V_0 durch Aufsummieren der Einzelkräfte F_i des Kraftvektors **F**,

$$V_0 = F_0 \mathbf{\Phi}^T \mathbf{e} \quad , \tag{15}$$

Auflösen dieser Beziehung nach F_0 , und Einsetzen dieses Ausdrucks in Gleichung (14) liefert den Zusammenhang zwischen f_0^* und V_0 :

$$f_0^* = \frac{V_0}{\Lambda^*} , \quad \Lambda^* = \frac{\mathbf{\Phi}^T \mathbf{e}}{\mathbf{\phi}^T \mathbf{\Phi}}$$
(16, 17)

Wenn $\phi = \Phi$ und die Punktmassen aller Geschoße gleich groß sind, d.h. $m_i \equiv m$ (i = 1,...,N), dann gilt: $\Gamma^* = \Lambda^*$ (Fajfar, 2002). Die bilineare Federkennlinie $f_0^* - D$ dient als Einhüllende für die Hysterese, die der Feder des äquivalenten Einmasseschwingers zugeordnet wird. Dabei orientiert sich das hysteretische Verhalten des vereinfachten Modells an dem tatsächlichen Verhalten des Tragwerks.

Die Anfangssteifigkeit k_0^* , die Eigenkreisfrequenz ω_0^* und die Eigenschwingungs-dauer T_0^* des äquivalenten Einmasseschwingers können dann aus der Festigkeit f_{0y}^* und der Verschiebung bei Fließeintritt D_y wie folgt berechnet werden:

$$k_0^* = \frac{f_{0y}^*}{D_y} = \frac{V_{0y}}{x_{ry}} \frac{\Gamma^*}{\Lambda^*} , \quad \omega_0^* = \sqrt{\frac{k_0^*}{L^*}} = \sqrt{\frac{V_{0y}}{x_{ry}}} \frac{\Gamma^*}{\Lambda^* L^*} , \quad T_0^* = \frac{2\pi}{\omega_0^*}$$
(18)

3.2 BERÜCKSICHTIGUNG DES P-DELTA EFFEKTS IM ÄQUIVALENTEN EINMASSESCHWINGER

Vergleicht man die bilinearen Approximationen der globalen Pushover-Kurven von Mehrfreiheitsgrad-Tragwerken, erkennt man, dass im Gegensatz zum Einmasseschwinger zwischen einem elastischen und einem inelastischen Stabilitätskoeffizient θ_e und θ_i differenziert werden muss. Da im Allgemeinen θ_i wesentlich größere Werte als θ_e annimmt (Medina und Krawinkler, 2003) führt die in verschiedenen Vorschriften (ATC-40, 1996, FEMA-356, 2000) vorgeschlagenen Rotation der Hysterese um den elastischen Stabilitätskoeffizient θ_e zu einer wesentlichen Überschätzung der Kollapskapazität. Ibarra (2003) schlägt deshalb vor, eine auxiliare Federkennlinie einzuführen, die nach der Rotation mit einem einheitlichen auxiliaren Stabilitätskoeffizient θ_a der Strukturkennlinie mit Berücksichtigung des P-Delta Effekts entspricht. Die Parameter der auxiliaren Federkennlinie (Adam et al., 2004),

$$k_{a}^{*} = \frac{\upsilon}{1 - \alpha_{S}} k_{0}^{*} , \quad f_{ay}^{*} = \frac{\upsilon}{1 - \alpha_{S}} f_{0y}^{*} , \quad \theta_{a} = \frac{\theta_{i} - \theta_{e} \alpha_{S}}{\upsilon} f_{0y}^{*} , \quad \upsilon = 1 - \theta_{e} + \theta_{i} - \alpha_{S}$$
(19, 20, 21, 22)

folgen dabei aus den unten angegebenen Bedingungen (Ibarra, 2003):

- Die Festigkeit mit Berücksichtigung des P-Delta Effekts muss dieselbe sein, wenn sie mit der aktuellen und der auxiliaren Federkennlinie bestimmt wird.
- Die Verschiebung bei Fließeintritt ist für alle Kurven gleich groß.
- Die inelastische Steifigkeit muss dieselbe sein, wenn sie mit der aktuellen und der auxiliaren Federkennlinie bestimmt wird.
- Der Verfestigungskoeffizient α_S ist für die ursprüngliche und die auxiliare Federkennlinie identisch.



Abbildung 5: (a) Kraft-Verschiebungskurve des äquivalenten Einmasseschwingers ohne (schwarz) und mit P-Delta Effekt (rot) und auxiliare Federkennlinie (blau). (b) Zugeordnete Hysterese. (c) Äquivalenter Einmasseschwinger mit Parametern der auxiliaren Federkennlinie.

Die aus den globalen Pushover-Kurven übergeführten Kennlinien des äquivalenten Einmasseschwingers sind in Abbildung 5(a) mit schwarzen und roter Linien dargestellt, die zugehörige auxiliare Federkennlinie mit einer blauen Linie. Dem in Abbildung 5(c) gezeigten äquivalenten Einmasseschwinger werden also die Steifigkeit und die Festigkeit der auxiliaren Federkennlinie zugeordnet, in der dann die Hystereseschleife eingeschrieben wird. Gemäß Gleichung (2) wird eine zugehörige Vertikalkraft P^* aus θ_a und k_a^* wie folgt bestimmt:

$$P^* = \theta_a k_a^* h \tag{23}$$

Ein Vorbelastung des äquivalente Einmasseschwinger mit P^* führt zu einer Berücksichtigung des P-Delta Effekts entsprechend der Pushover-Kurve mit Vertikalkrafteinfluss, d.h. die Hysterese wird um θ_a rotiert (Abbildung 5(b)). Wenn in der Bewegungsgleichung des äquivalenten Einmasseschwingers der P-

Wenn in der Bewegungsgleichung des äquivalenten Einmasseschwingers der P-Delta-Effekt gemäß Gleichung (1) eingeführt und Dämpfung viskos berücksichtigt wird, ergibt sich nach einer Normierung in Analogie zu Gleichung (3) die folgende dimensionslose Gleichung für die globale Duktilität μ :

$$\ddot{\mu}^{*} + 2\zeta \omega_{a}^{*} \dot{\mu}^{*} + (\omega_{a}^{*})^{2} \left(\overline{f}_{a}^{*} - \theta_{a} \, \mu^{*} \right) = -\ddot{x}_{g} \frac{k_{a}^{*}}{f_{ay}^{*}} \left(\equiv -\ddot{x}_{g} \frac{k_{0}^{*}}{f_{0y}^{*}} \right)$$
(24)

$$\mu^* = \frac{D}{D_y} , \quad \bar{f}_a^* = \frac{f_a^*}{f_{ay}^*} , \quad \omega_a^* = \sqrt{\frac{k_a^*}{L^*}} , \quad T_a^* = \frac{2\pi}{\omega_a^*}$$
(25, 26, 27, 28)

3.3 ABSCHÄTZUNG DER VERSAGENSINTENSITÄT MIT HILFE VON KOLLAPSSPEKTREN

Das zuvor im Abschnitt 2.4 vorgestellte Kollapsspektrum kann über den Umweg des äquivalenten Einmasseschwingers zur Abschätzung der Versagensintensität einer regelmäßigen Mehrfreiheitsgrad-Rahmenstruktur herangezogen werden. Wesentliche Parameter sind die Periode T_a^* , die Differenz aus auxiliarem Stabilitätskoeffizient und

Verfestigungskoeffizient $(\theta_a - \alpha_s)$ sowie die äquivalente Steifigkeit k_0^* und die äquivalente Festigkeit f_{0y}^* . Mit Hilfe von T_a^* und $(\theta_a - \alpha_s)$ wird aus dem Kollapsspektrum (Abbildung 3) die Kollapskapazität für den Einheits-Einmasseschwinger abgelesen, und anschließend gemäß der rechten Seite von Gleichung (24) mit dem Faktor f_{0y}^* / k_0^* gewichtet:

$$CC_{ESD} = CC \frac{f_{0y}^*}{k_0^*} \left(\equiv CC \frac{x_{yy}}{\Gamma} \right)$$
(29)

Dieser Wert der Versagensintensität für den äquivalenten Einmasseschwinger stellt einen Näherungswert für die Kollapskapazität CC_{MD} des tatsächlichen Tragwerks dar:

$$CC_{MD} \approx CC_{ESD}$$
 (30)

Da der Unterschied zwischen den Perioden des äquivalenten Einmasseschwingers T_0^* , des auxiliaren Einmasseschwingers T_a^* und der Grundschwingungsdauer des Rahmentragwerkes T_1 sehr klein ist, kann im Kollapsspektrum der Wert von CC an der Stelle der Grundschwingungsdauer T_1 abgelesen werden. Für eine erste grobe Näherung kann anstatt des auxiliaren Stabilitätskoeffizient der inelastische Stabilitätskoeffizient, d.h. $(\theta_i - \alpha_s)$, für die Ermittlung von CC verwendet werden.

3.4 ANWENDUNG

Diese Vorgehensweise wird anhand ebener, einhüftiger 12-geschoßiger Rahmentragwerke mit einer einheitlichen Geschoßhöhe getestet, und die Abweichung der vereinfacht vorhergesagten mit der tatsächlichen Kollapskapazität verglichen. Die Rahmen bestehen aus starren Riegeln, elastischen Stützen und elastoplastischen Rotationsfedern an den Riegelenden. Den Rotationsfedern wird eine bilineare Hysterese mit kinematischer Verfestigung zugewiesen, deren Festigkeiten so aufeinander abgestimmt sind, dass bei einer Pushover-Analyse mit einem parabolischen Lastmuster in allen Federn gleichzeitig Fließen eintritt. Jeder Rahmenecke ist die gleiche Punktmasse zugeordnet. Die Steifigkeit der Stützen und die Anfangssteifigkeit der Federn sind so verteilt, dass sich eine Grundschwingungsform in Form einer Geraden ergibt. Für die Nachbildung des P-Delta Effekts werden in jeder Rahmenecke identische Vertikalkräfte angeordnet. Die Grundschwingungsdauer T_1 beträgt 2,4 Sekunden (d.h. 0,2 N). Die Rahmen sind damit relativ weich und anfällig auf P-Delta Effekte. Der Verfestigungskoeffizient der Rotationsfedern beträgt $\alpha = 0$ bzw. $\alpha = 0.03$, die Dämpfung der Grundschwingung 5%, der Bodenschubkraft-Festigkeitskoeffizient γ (Verhältnis aus Bodenschubkraft bei Fleißeintritt V_y zu Gesamtgewicht) ist mit 0,1 festgesetzt, und das Verhältnis aus Verti-kalkraft zu Gewichtskraft P/W wird 1,0, 1,2 bzw. 1,4 gesetzt. Für eine detaillierte Beschreibung der Rahmenstrukturen siehe Medina und Krawinkler (2003).

Eine "exakte" Referenzlösung für die Rahmenstruktur wird mit der in Abschnitt 2.3 beschriebenen Methodik hergeleitet. Der Median der Versagensintensität der 40 Erdbebenschriebe wird als die globale Kollapskapazität des betrachteten Tragwerks bezeichnet. In einem weiteren Schritt werden Pushover-Berechnungen durchgeführt, wobei das zugrunde liegende Lastbild Φ einer quadratischen Parabel (horizontaler Scheitel am Boden) entspricht. Die daraus resultierenden globalen Pushover-Kurven bilden die Grundlage für den zugehörigen äquivalenten Einmasseschwinger. In der Tabelle 1 sind die wesentlichen Ergebnisse aus der Pushover-Analyse, die Parameter des auxiliaren äquivalenten Einmasseschwingers, eine Abschätzung der Kollapskapazität CC_{ESD} mit dem Kollapsspektrum und die "exakte" Referenzlösung CC_{MD} angeführt.

 α	P/W	α_s	θ_e	θ_i	θ_a	T_a^*	D_y	CC	CC_{ESD}	CC_{MD}
						[<i>s</i>]	[m]	[g/m]	[g]	[g]
0,00	1,0	0,00	0,043	0,097	0,092	2,43	0,22	7,5	1,81	1,95
0,00	1,2	0,00	0,052	0,131	0,121	2,39	0,22	5,7	1,44	1,63
0,00	1,4	0,00	0,060	0,169	0,152	2,36	0,22	5,44	1,20	1,45
0,03	1,4	0,039	0,060	0,095	0,093	2,44	0,22	12,5	2,75	2,55

Tabelle 1: Abschätzung (CC_{ESD}) und exakte Lösung (CC_{MD}) für die Kollapskapazität einer 12-geschoßigen Rahmenstruktur mit $T_1 = 2, 4s$.

Aus den in Tabelle 1 und den in Spieß (2007) gezeigten Ergebnissen kann geschlossen werden, dass die Abschätzung der Kollapskapazität gemäß Gleichung (25) zu brauchbaren Ergebnissen führt, da die Abweichungen im Extremfall 20 % betragen.

4. SCHLUSSBEMERKUNGEN

Die in dieser Arbeit präsentierten Ergebnisse lassen den Schluss zu, dass die Intensität der Erdbebeneinwirkung, bei der ein inelastisches, regelmäßiges Rahmentragwerk zufolge des P-Delta Effekts strukturell versagt, mit Hilfe von Kollapsspektren, die für den Einmasseschwinger hergeleitet worden sind, abgeschätzt werden kann.

SCHRIFTENVERZEICHNIS

- Adam, C., Ibarra, L.F., Krawinkler, H., 2004. Evaluation of P-delta effects in nondeteriorating MDOF structures from equivalent SDOF systems. In: Proceedings of the 13th World Conference on Earthquake Engineering, DVD-ROM paper, 15 pp.
- ATC-40, Applied Technology Council, 1996. Seismic evaluation and retrofit of concrete buildings. Report no. SSC96-01. Redwood City: Seismic Safety Commission.
- Bernal, D., 1998. Instability of buildings during seismic response. Engineering Structures 20, 496-502.
- Fajfar, P., 2002. Structural analysis in earthquake engineering a breakthrough of simplified non-linear methods. In: Proceedings of the 12th European Conference on Earthquake Engineering, CD-ROM paper, paper ref. 843, 20 pp., Elsevier.
- FEMA-356, 2000. Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of buildings. Washington DC: Federal Emergency Management Agency.
- Ibarra, L. F., 2003. Global collapse of frame structures under seismic excitations. Dissertation, Stanford University.
- Medina, R.A., Krawinkler, H., 2003. Seismic demands for nondeteriorating frame structures and their dependence on ground motions. Report no. 144. The John A. Blume Earthquake Engineering Center, Stanford University.
- Spieß, J.-P., 2007. Global dynamic instabilities of P-delta sensitive non-deteriorating frame structures subjected to seismic excitation. Diplomarbeit, Technische Universität Wien.
- Vamvatsikos, D., Cornell, C.A., 2002. Incremental dynamic analysis, Earthquake Engineering and Structural Dynamics 31, 491-514.